

at the Exposition Universelle of 1889, ostensibly to enhance Lucas' reputation. The games are identified as 1) *La Faisioulette* (*courses du cavalier sur l'échiquier*); 2) *La Pipopipette* (also known as *Jeu de l'Ecole Polytechnique*); 3) *La Tour d'Hanoi* (Tower of Hanoi); 4) *L'Icosagonal* (*Jeu de vingts forts*); 5) *L'Arithmétique diabolique*; 6) *Les Pavés florentins du père Sébastien*. La Pipopipette is a pencil and paper game created by students of the Ecole Polytechnique, played on quadrille paper upon which squares within squares have been drawn.

NOTE IV deals with miscellaneous recreations: (1) the problem of the eight queens; (2) *Les Jeux du Rubans*, i.e., folding a ribbon of paper to form a regular pentagon; a magic square of order 9 involving the first 81 integers, accompanied by a curious Latin inscription discovered in Rome in 1881; (4) a magic 4 x 4 cube involving the first 64 integers, due to Fermat; (5) bordered magic squares, also due to Fermat; and (6) various solutions of the problem of the *cavalier au jeu des échecs* and related problems as given by Ciccolini, Jaenisch, Vandermonde, Warnsdorf, F. Sainte-Marie and others.

To conclude: *L'Arithmétique amusante* may be described as a preparation for, or an introduction, to the four-volume work for which Lucas is justly remembered.

FUNCTIONAL ANALYSIS IN HISTORICAL PERSPECTIVE. By A. F. Monna.
Utrecht (Oosthoek Publishing Co). 1973. 175 p.

Reviewed by Bernard Aupeit
Université Laval, Québec, Canada

Ce petit livre a été écrit pour montrer que la plus grande partie de l'analyse moderne a son origine dans des problèmes de mathématiques classiques (physique, mécanique, probabilités). Il ne veut en aucun cas donner une description encyclopédique de cette évolution, qu'on peut trouver, par exemple, dans les travaux de M. Bernkopf [1966, 1968], mais son but est double:

- donner les grandes lignes de ce développement,
- mettre en lumière les travaux de pionniers qui restent encore de nos jours injustement ignorés.

On y découvre un certain nombre de faits assez surprenants: d'abord que la naissance de l'algèbre linéaire axiomatique n'a pratiquement pas influé sur celle de l'analyse fonctionnelle, ensuite que cette dernière est née sous la forme de deux branches jumelles qui n'eurent aucuns rapports entre elles, la première constituée par l'école allemande--renforcée par les mathématiciens hongrois et polonais--, la seconde par l'école italienne.

Le premier chapitre rappelle d'abord les questions classiques qui amenèrent Hill, Poincaré, von Koch et Hilbert, au début du siècle, à la résolution de systèmes infinis à une infinité

d'inconnues, puis l'importante oeuvre de synthèse géométrique qu'en fit Schmidt. Ensuite, il montre comment la voie des équations intégrales, déjà largement déblayée par Fredholm, fut surtout approfondie par Hilbert et Schmidt qui en tirèrent l'importante théorie des opérateurs. Tout cela, lié à l'introduction des espaces abstraits de Fréchet, à l'invention des fonctionnelles par Volterra et Hadamard, à l'axiomatisation sous l'influence de Riesz, au théorème fondamental de Hahn publié en 1927, devait donner, en 1932, le célèbre livre de synthèse dû à Banach.

Le deuxième chapitre expose comment se dégagait la notion d'espace vectoriel. Cette naissance ne fut pas sans rapports avec toute la remise en question des mathématiques, de la seconde moitié du 19^e siècle au début du 20^e, en particulier avec la formalisation de l'algèbre entreprise par Dedekind, Kronecker, Sylvester, Frobenius et Cayley. Les précurseurs furent Bolzano, Laguerre et surtout Grassmann, dont l'idée était d'introduire des méthodes intrinsèques indépendantes des coordonnées. Mais l'oeuvre de Grassmann fut négligée et c'est Peano qui, en 1888, dans son *Calcolo geometrico*, devait révéler son importance; mais, par malheur, si ce travail ne fut pas oublié il fut surtout étudié par les logiciens (Russell, Whitehead, etc.) que n'en gardèrent que l'aspect axiomatique....

Dans le troisième chapitre A. F. Monna se contente de décrire, à l'intérieur de l'école italienne le travail de défri- cheur commencé par Pincherle en 1874 dans la théorie des fonctionnelles linéaires, travail qui s'appuyait sur Peano et Grassmann. Pincherle cite les découvertes de la première école, mais très curieusement il n'y a aucune référence chez Hilbert, Schmidt, Riesz et Helly aux mathématiciens italiens, sauf pour quelques travaux de Volterra de 1897. Par contre Banach dans sa thèse de 1920 cite Pincherle ce qui laisse supposer qu'il avait connaissance de ses résultats.

Le quatrième chapitre ne donne que des idées superficielles sur des développements contemporains de l'analyse fonctionnelle: théorème de Stone-Weierstrass, théorie de Gelfand pour les algèbres de Banach commutatives, mesure de Haar sur les groupes localement compacts, germes de fonctions analytiques, analyse non-archimédienne dont Monna est l'un des fondateurs, quelques théorèmes fondamentaux (Banach-Steinhaus, graphe fermé).

A mon avis, de tout le livre, c'est le premier chapitre qui est le plus passionnant, surtout pour les étudiants avancés qui voudraient connaître les origines de l'analyse fonctionnelle sans se noyer dans des travaux érudits ou dans des livres anciens, comme par exemple les *Leçons* de Riesz [1952]. Si on garde en mémoire les deux buts que s'était fixé l'auteur on peut dire que ce petit ouvrage est intéressant et qu'il apporte quelque chose de neuf. Venons-en maintenant aux critiques: il y a d'assez nombreuses erreurs typographiques, de rares incorrections mathématiques (dans le principe de Dirichlet, page 25, il est

fondamental de préciser que F est harmonique), mais le principal défaut, surtout si on envisage de faire lire ce texte à des étudiants rarement polyglottes, c'est qu'il nécessite la connaissance d'abord de l'anglais, c'est évident, mais aussi de l'allemand et du français, à cause de nombreuses citations non traduites. Mais est-ce vraiment un défaut?

CITED PUBLICATIONS

- Banach, S 1932 *Opérations linéaires* Warsaw
 Bernkopf, Michael 1966 The development of function spaces with particular reference to their origins in integral equation theory *Archive for Hist of Exact Sciences* 3, 1-66
 ——— 1968 History of infinite matrices. A study of denumerably infinite linear systems as the first step in the history of operators defined on function spaces *Archive for Hist of Exact Sciences* 3, 1-66
 Riesz, F 1952 *Leçons d'analyse fonctionnelle* Budapest

THE HERITAGE OF COPERNICUS: THEORIES "PLEASING TO THE MIND".

Edited by Jerzy Neyman. Cambridge, Mass. and London
 (The M. I. T. Press). 552 p.

Reviewed by Maurice Kendall
International Statistical Institute, London

The year 1973 was the 500th anniversary of the birth of Nicolas Copernicus, and the National Academy of Sciences decided to celebrate it by funding the organization of a set of essays on Copernican-type revolutions of thought which have taken place over the intervening years. The work has been edited by Copernicus' distinguished compatriot Professor Jerzy Neyman, himself a bit of an intellectual revolutionary, who has contributed an introductory essay.

It is surprising how many revolutions have taken and are taking place. There are 24 articles in the book; four in astronomy and cosmology; six in biology; four in chemistry and physics; three in mathematics; three in the study of chance mechanisms; four in technology. They are written for (but not down to) the general educated public and it is hard to say which subjects are the more fascinating, ranging as they do from the nature of the cosmos, through the synthesis of amino acids under primitive earth conditions to man's utilization of energy and the industrial use of lasers.

This is a wholly admirable project and one hopes that the book will be widely read. It is an important contribution to the history of ideas. The authors are all imbued with the true